

İST153 OLASILIĞA GİRİŞ - I
ARASINAV SORULARI

Cevap Anahtarı

ADI-SOYADI:
NUMARASI :

16.11.2019

1. Bir madeni paranın 5 kez atılması deneyinde *en az* bir kez Tura elde edilmesi olasılığını bulunuz?

2. A_1, A_2, \dots, A_k ayrık olayları bir S örnek uzayının parçalanması olsun. Yine S ' de tanımlı herhangi bir B olayının olasılığının aşağıdaki gibi olduğunu ispatlayınız?

$$P(B) = \sum_{i=1}^k P(A_i)P(B/A_i)$$

3. Bir tavuk çiftliğinde A, B ve C gibi 3 kuluçka makinasında civcivlerin sırasıyla %50, %30 ve %20' si üretilmektedir. Bu makinalardan çıkan civcivlerin sıra ile %3, %4 ve %5' i normal değildir. Kuluçka makinalarından çıkan civcivler karıştırılıp rastgele seçilen bir civcivin normal olmadığı görülürse, bunun C makinasında üretilmiş olma olasılığını bulunuz?

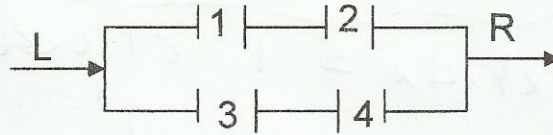
4. X tesadüfi değişkeninin *olasılık yoğunluk fonksiyonu* aşağıdaki gibi veriliyor:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{3}, & 0 < x < 1 \\ 0, & d.h. \end{cases}$$

a.) k sabitini ve $F(x)$ ' i bulunuz?

b.) $P(1/2 < x < 2) = ?$

5. Şekilde L ve R terminalleri arasında 1, 2, 3 ve 4 ile gösterilen elektrik düğmeleri vardır. Her bir düğmenin kapalı olması olasılığı p olsun. Tüm düğmeler birbirinden **bağımsız** olarak görev yapıyorsa, L ve R noktaları arasında elektrik akımı olması olasılığı nedir?



Not: Süre 90 dk. ve sorular eşit puanlıdır.

Başarılar dileriz...
Doç.Dr. Erol TERZİ
Arş.Gör. Fatih SAĞLAM

CEVAPLAR

1a) Deney sonucunda $2^5 = 32$ sonuç var.
Hiç Tura gelmemesi, $\{TTTTT\}$ olayında
 $P(\text{en az bir T}) = 1 - P(\text{hiç T gelmemesi})$
 $= 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$ "

2.)

| | | | |
|-------|-------|---------|-------|
| A_1 | A_2 | \dots | A_k |
|-------|-------|---------|-------|

 $B = (B \cap A_1) \cup \dots \cup (B \cap A_k)$
olup $(B \cap A_i)$ ' ler ayrıktır. \rightarrow

$$\Rightarrow P(B) = P(B \cap A_1) + \dots + P(B \cap A_k) \dots (*)$$

ayrıca $P(B|A_i) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(A_i)} \Rightarrow P(A_i \cap B) = P(A_i) \cdot P(B|A_i)$ olur.

(*)' da $i=1, \dots, k$ için

$$P(B) = \sum_{i=1}^k P(A_i) \cdot P(B|A_i) \text{ elde edilir.}$$

Toplam olasılık formülü

3.) $X: \left\{ \begin{array}{l} \text{Civciv normal} \\ \text{" " de\u011fil} \end{array} \right\}$ olaylar.

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 0.50 \Rightarrow P(\bar{N}|A) = 0.03 \\ P(B) = 0.30 \Rightarrow P(\bar{N}|B) = 0.04 \\ P(C) = 0.20 \Rightarrow P(\bar{N}|C) = 0.05 \end{array} \right\} \text{ olasılıklar}$$

Bayes'e g\u00f6re

$$P(C|\bar{N}) = \frac{(0.20) \cdot (0.05)}{(0.50) \cdot (0.03) + (0.30) \cdot (0.04) + (0.20) \cdot (0.05)} = \frac{10}{37}$$

4.) a.) $\int f(x) \cdot dx = 1$ olmalı

$$\Rightarrow \int_0^1 \frac{k}{3} \cdot dx = \frac{k}{3} \cdot x \Big|_0^1 = \frac{k}{3} = 1 \Rightarrow k=3$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{d.h.} \end{cases}$$

$$F(x) = \int_0^x 1 \cdot dx = x \Big|_0^x = x$$

b.) $P(\frac{1}{2} < x < 2) = P(\frac{1}{2} < x < 1) \Rightarrow F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$

$$= \int_{\frac{1}{2}}^1 1 \cdot dx = x \Big|_{\frac{1}{2}}^1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

5.) $A: \left\{ \begin{array}{l} L \text{ den } R \text{ ye atılım geçmesi} \\ \end{array} \right\}$

$$P(A) = P(A_1 \cap A_2) + P(A_3 \cap A_4) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4)$$

$$= p^2 + p^2 - p^4 = 2p^2 - p^4$$